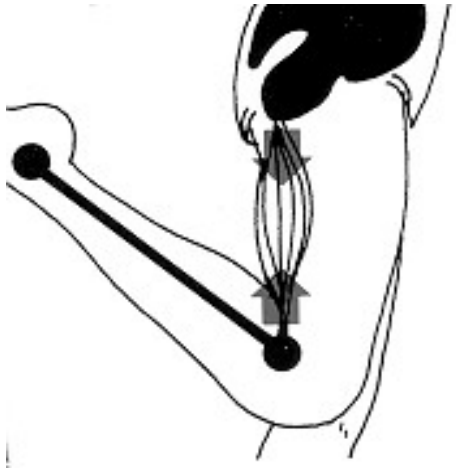
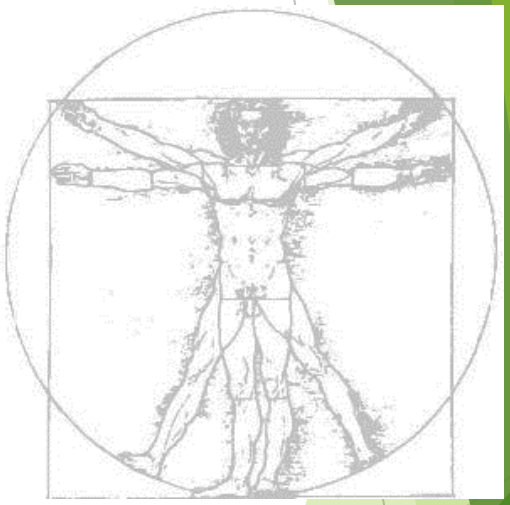




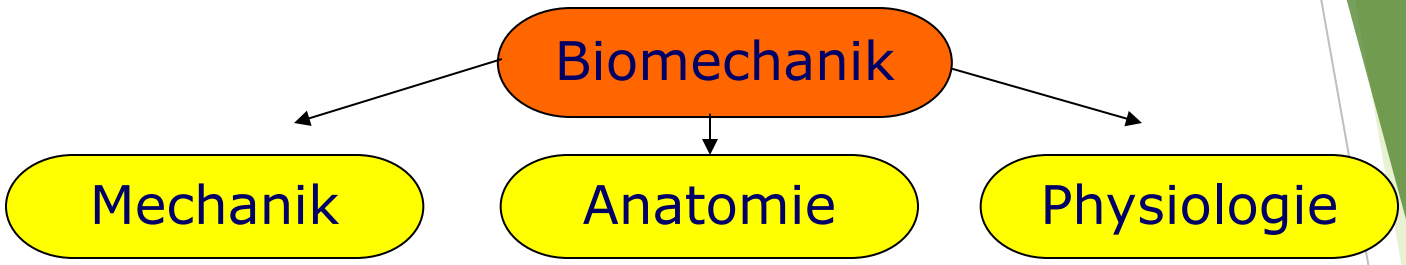
Biomechanik

„Jedes Bewegte wird durch ein anderes bewegt.“

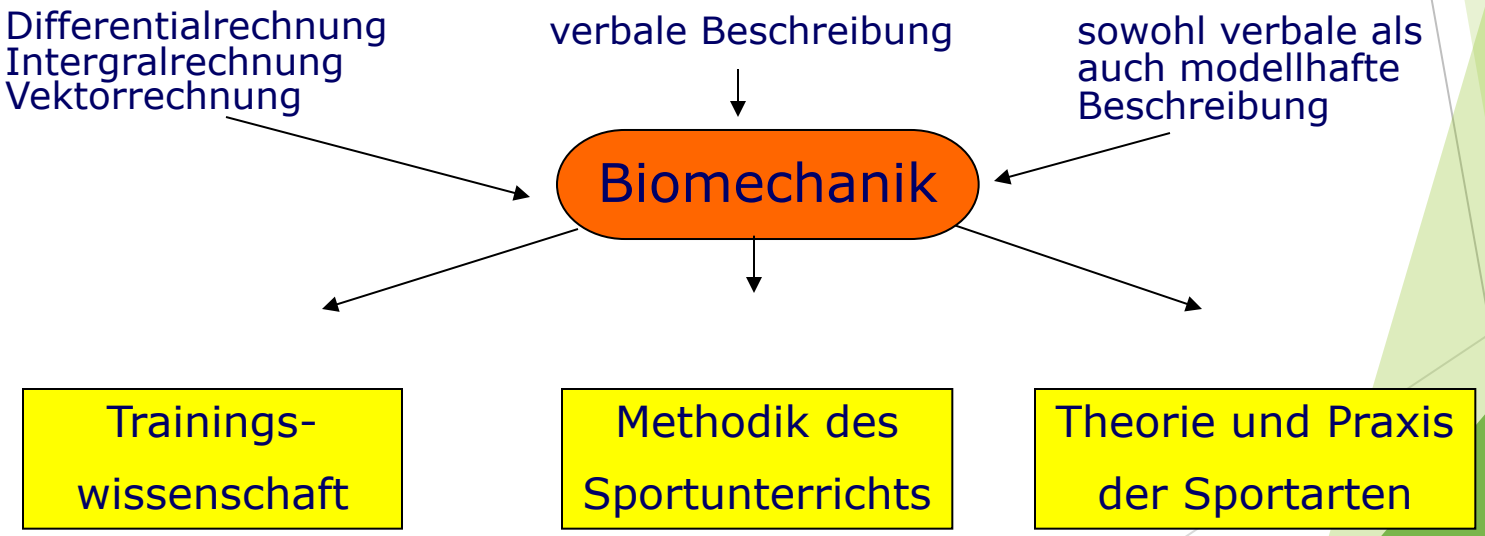
(Aristoteles, Buch VIII der Physik)

1. Einführung in die Biomechanik

- 1.1. Was ist – was soll Biomechanik



adäquate Sprache dieser Wissenschaften



- 1.2. Definition

Biomechanik untersucht Körperhaltungen und Bewegungen unter Anwendung mechanischer Bedingungen und Gesetze.

1.2. Geschichtlicher Überblick (1)

Aufgabe: Lesen Sie den ausgehändigten Text und notieren Sie sich stichpunktartig die wichtigsten Infos zu den Personen und Daten

- ersten Untersuchungen und Forschungen in der mechanischen Physik bereits im 4.Jh.v.Chr.
- *Aristoteles (384 - 322 v.Chr.)*: - führte den "terminus mechanicus" ein; beschäftigte sich mit verschiedenen Arten von Hebeln und mit dem Thema Schwerpunkt von Körpern
- *Archimedes (287 - 212 v.Chr.): - beschäftigte sich mit der Schwimmfähigkeit von Körpern, mit Auftrieb, Flaschenzügen, Schwerpunkten von Körpern und konstruierte verschiedene Wurfmaschinen unter Ausnutzung von Hebeln*
- *Claudius Galen (129 - 199):* - Gilt als Arzt und Anatom als Gründer der Anatomie; durch Sektion an Tieren anatomische Grundlagen geschaffen

1.2. Geschichtlicher Überblick (2)

- *Leonardo da Vinci (1452 - 1519):- postulierte die Aussage, dass der Körper des Menschen den Gesetzen der Mechanik gehorcht*
- *Borelli (1608 - 1679)*: - indirekter Schüler von Galileo-Galilei; Bestimmung des Körperschwerpunkts; Prinzip des "Nervismus" - zweite wichtige Grundlage für die Theorie der Biomechanik.
- *Gebrüder Weber: - 1836 das Buch "Die Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge„ herausgegeben; Untersuchungen zum Gang und Stand*

1.2. Geschichtlicher Überblick - Abbildungen

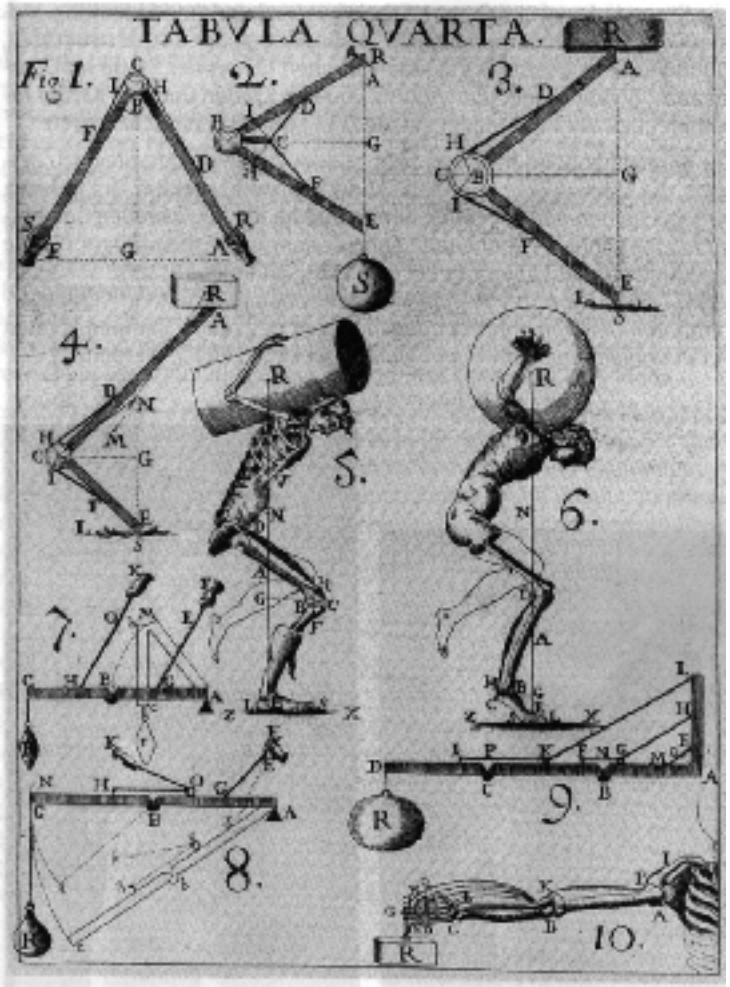


Abb. 1.1 Borelli untersuchte bereits im 17. Jahrhundert die Mechanik de menschlichen Körpers (aus Robin, The scientific image, Freeman & Compan Publisher New York 1992)

1.2. Geschichtlicher Überblick - Abbildungen

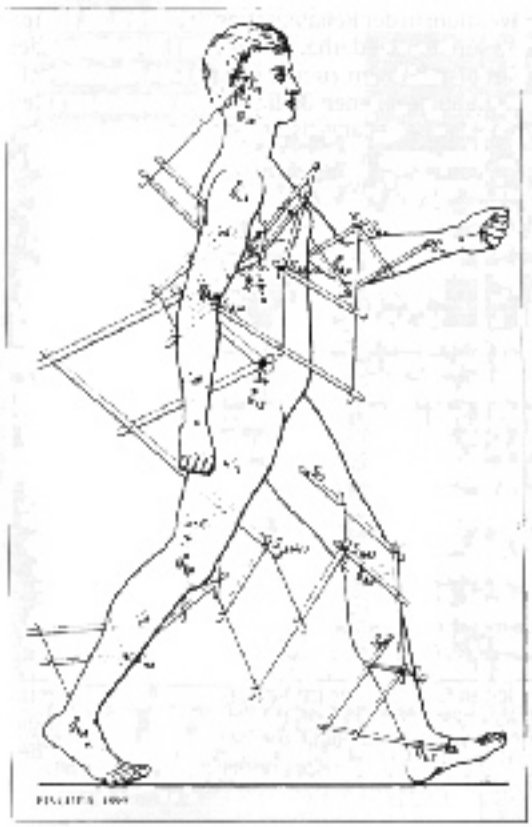


Abb. 1.3 Frühe Ganganalyse: Modell zur Bestimmung der Position des Körperschwerpunktes nach Fischer 1899 (aus Willimczik, Biomechanik der Sportarten, Rowohlt 1989)

1.2. Geschichtlicher Überblick - Abbildungen

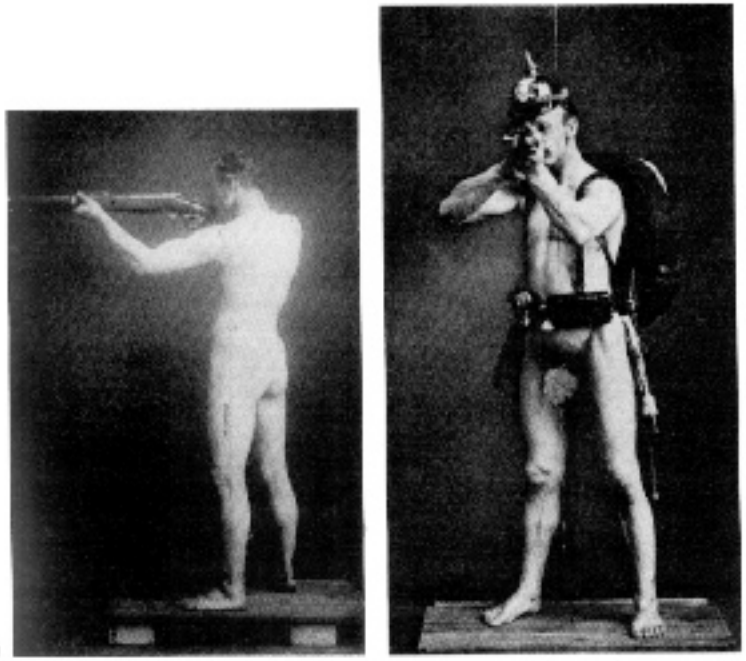


Abb. 1.2a u. b Auch militärische Haltungen und Tätigkeiten wurden früh biomechanisch untersucht (aus Braune, Fischer: Über der Schwerpunkt des menschlichen Körpers. Leipzig 1898)

- 1.3. Biomechanik und Physiotherapie

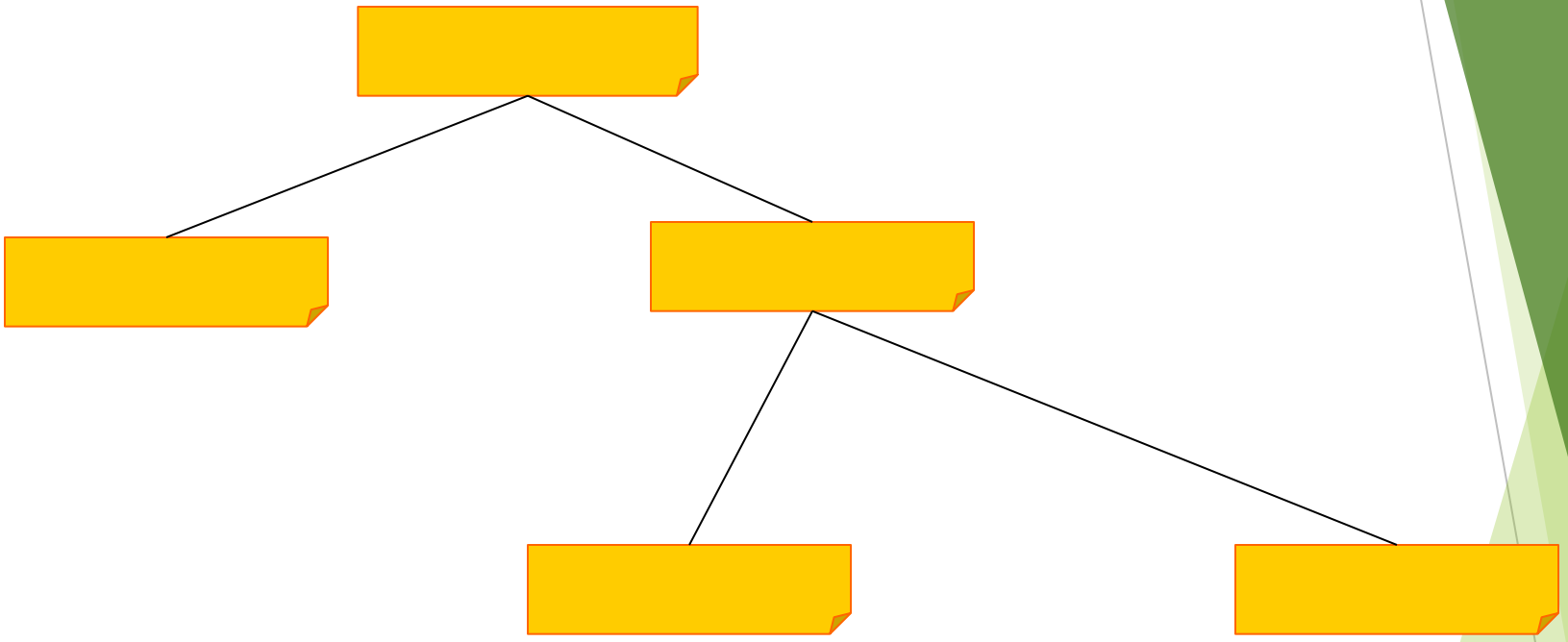
- Um die Funktionsweise einer arthromuskulären Einheit zu verstehen,
- müssen vier Aspekte berücksichtigt werden:

  - der anatomische
  - der biomechanische
  - der neurovegetative
  - der neuromotorische

- Jede Gelenkpathologie kann aus der Dysfunktion einer dieser Faktoren entstehen

2. Angewandte Physik

- 2.1 Die Teilbereiche der Mechanik



Aufgabe: Lesen Sie den untenstehenden Text und ergänzen Sie Ihr Arbeitsblatt! Formulieren Sie die stichpunktartig die Definitionen der Teilbereiche!

Der physikalische Bereich der Mechanik wird in die zwei Teilgebiete Kinematik und Dynamik unterteilt. Die Kinematik beschreibt die räumlich-zeitliche Charakteristik der Bewegung, ohne die Masse eines Körpers und ohne die einwirkenden Kräfte zu berücksichtigen. Die Dynamik befasst sich mit der Wirkung von Kräften. Sie wiederum ist aufgeteilt in Statik und Kinetik. Die Statik untersucht die Bedingungen, unter denen Kräfte miteinander im Gleichgewicht stehen und somit keine (beschleunigten) Bewegungen verursachen. Die Kinetik befasst sich mit der Bestimmung einer durch Kräfte hervorgerufenen Bewegung. Dieses ist die umfassendste und schwierigste Aufgabe in der Bewertung.

2. Angewandte Physik

- 2.1 Die Teilbereiche der Mechanik

Mechanik

- befasst sich mit Bewegung
- kein Gegenstand bewegt sich ohne Veranlassung
- Ursache von Bewegungen sind Kräfte

Kinematik

- ist die Lehre von Bewegungen ohne Berücksichtigung von Masse und Kraft
- beschreibt nur die räumliche Bewegung in Abhängigkeit von der Zeit

Dynamik

- ist die Lehre vom Zusammenhang zwischen Kraft und Bewegung
- Kraft als Ursache der Bewegung oder des Gleichgewichts

Statik

- untersucht die Bedingungen, unter denen die Kräfte miteinander im Gleichgewicht stehen
- statisch = bewegungslos

Kinetik

- untersucht die von Kräften hervorgerufenen Bewegungen

- 2.2. Größen und Einheiten

Kinematik

Größe	Formel-zeichen	Einheit

Dynamik

Größe	Formel-zeichen	Einheit

2.2. Größen und Einheiten

Kinematik

Größe	Formel-zeichen	Einheit
• Weg • Zeit • Geschwindigkeit • Winkelge-schwindigkeit • Beschleunigung • Erdbeschleu-nigung • Winkelbe-schleunigung		

Dynamik

Größe	Formel-zeichen	Einheit

- Hilfsbegriffe der Mechanik: Leistung, Arbeit, Energie

2.2. Größen und Einheiten

Kinematik

Größe	Formel-zeichen	Einheit
• Weg	$\vec{s}$	
• Zeit	t	
• Geschwindigkeit	$\vec{v}$	
• Winkelge-schwindigkeit	$\vec{\omega}$	
• Beschleunigung	$\vec{a}$	
• Erdbeschleu-nigung	$\vec{g}$	
• Winkelbe-schleunigung	$\vec{\alpha}$	

Dynamik

Größe	Formel-zeichen	Einheit

- Hilfsbegriffe der Mechanik: Leistung, Arbeit, Energie

2.2. Größen und Einheiten

Kinematik

Größe	Formel-zeichen	Einheit
• Weg	$\vec{s}$	[m]
• Zeit	t	[s]
• Geschwindigkeit	$\vec{v}$	[m/s]
• Winkelge-schwindigkeit	$\vec{\omega}$	[rad/s]
• Beschleunigung	$\vec{a}$	[m/s²]
• Erdbeschleu-nigung	$\vec{g}$	
• Winkelbe-schleunigung	$\vec{\alpha}$	[rad/s²]

Dynamik

Größe	Formel-zeichen	Einheit

- Hilfsbegriffe der Mechanik: Leistung, Arbeit, Energie

2.2. Größen und Einheiten

Kinematik

Größe	Formel-zeichen	Einheit
• Weg	$\vec{s}$	[m]
• Zeit	t	[s]
• Geschwindigkeit	$\vec{v}$	[m/s]
• Winkelge-schwindigkeit	$\vec{\omega}$	[rad/s]
• Beschleunigung	$\vec{a}$	[m/s²]
• Erdbeschleu-nigung	$\vec{g}$	
• Winkelbe-schleunigung	$\vec{\alpha}$	[rad/s²]

Dynamik

Größe	Formel-zeichen	Einheit
• Kraft • Masse • Drehmoment • Muskelkraft-moment • Druck		

- Hilfsbegriffe der Mechanik: Leistung, Arbeit, Energie

2.2. Größen und Einheiten

Kinematik

Größe	Formel-zeichen	Einheit
• Weg	$\vec{s}$	[m]
• Zeit	t	[s]
• Geschwindigkeit	$\vec{v}$	[m/s]
• Winkelge-schwindigkeit	$\vec{\omega}$	[rad/s]
• Beschleunigung	$\vec{a}$	[m/s²]
• Erdbeschleu-nigung	$\vec{g}$	
• Winkelbe-schleunigung	$\vec{\alpha}$	[rad/s²]

Dynamik

Größe	Formel-zeichen	Einheit
• Kraft	$\vec{F}$	
• Masse	m	
• Drehmoment	$\vec{M}_D$	
• Muskelkraft-moment	$\vec{M}_M$	
• Druck	p	

- Hilfsbegriffe der Mechanik: Leistung, Arbeit, Energie

2.2. Größen und Einheiten

Kinematik

Größe	Formel-zeichen	Einheit
• Weg	$\vec{s}$	[m]
• Zeit	t	[s]
• Geschwindigkeit	$\vec{v}$	[m/s]
• Winkelge-schwindigkeit	$\vec{\omega}$	[rad/s]
• Beschleunigung	$\vec{a}$	[m/s²]
• Erdbeschleu-nigung	$\vec{g}$	
• Winkelbe-schleunigung	$\vec{\alpha}$	[rad/s²]

Dynamik

Größe	Formel-zeichen	Einheit
• Kraft	$\vec{F}$	[N]
• Masse	m	[kg]
• Drehmoment	$\vec{M}_D$	[Nm]
• Muskelkraft-moment	$\vec{M}_M$	[Nm]
• Druck	p	kp/cm²

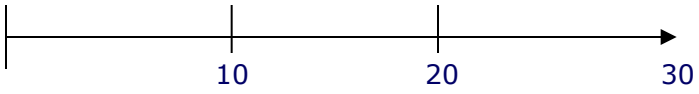
- Hilfsbegriffe der Mechanik: Leistung, Arbeit, Energie

2.3. Skalare und vektorielle Größen

- Größen die bereits durch ihren Wert eindeutig beschrieben sind, nennt man **skalare** Größen (Bsp.: Länge, Zeit, Winkel)

- Vektoren sind gerichtete physikalische Größen, gekennzeichnet durch:
  - Betrag (Größe und Einheit) sowie
  - Richtung

Bsp.: eine Kraft wird als Vektor dargestellt (hier F = 30 N)



2.4. Arbeitsmethoden und Messverfahren

Biomechanische Messverfahren werden nach der Art der gemessenen Größen eingeteilt.

- *kinemetrische* Verfahren zur Bestimmung von Länge und Zeit sowie der daraus ableitbaren Größen Geschwindigkeit und Beschleunigung
- *dynamometrische* Verfahren zur Bestimmung von Kräften sowie der daraus ableitbaren Größen Impuls, Arbeit und Leistung
- *biomechanische* Anthropometrie zur Bestimmung von Körperbaumerkmalen
- *Elektromyographie* zur Erfassung der Muskelaktivitäten.

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

- Bei der Betrachtung von Bewegung ist das Bezugssystem entscheidend.
- In der Regel wird bei der menschlichen Bewegung die Erdoberfläche als Bezugssystem herangezogen.

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Bewegungsarten

Unterscheidung nach:

räumlicher Charakteristik

Translation

- Körper bewegt sich auf einer geraden beliebig gekrümmten Linie

Rotation

- Körper dreht sich um eine Achse oder Mittelpunkt

zeitlicher Charakteristik

gleichförmige Bewegung

- in gleichen Zeitabschnitten werden gleiche Strecken zurückgelegt
- dabei gilt v=konst.

ungleichförmige Bewegung

- in gleichen Zeitabschnitten werden jeweils unterschiedliche Strecken überwunden
- dabei gilt v=variabel

gleichmäßig beschleunigt

- dabei gilt a=konst.

ungleichmäßig beschleunigt

- dabei gilt a=variabel

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

MERKE:

Die meisten Bewegungen (des menschlichen Körpers) sind zusammengesetzte Bewegungen aus Rotation und Translation.

Außerdem trifft man kaum eine gleichförmige Bewegung an. Sie ist eine idealisierte Bewegungsform.

Aufgabe: Finde Beispiele von Translations- und Rotationsbewegungen am menschlichen Körper!

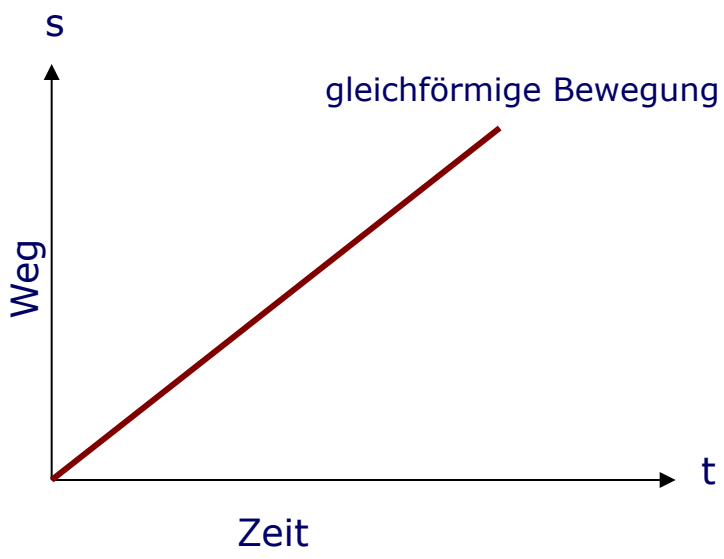
Beispiele: geradliniger Gang, Rotation im Ellenbogengelenk, Drehen des Kopfes usw.

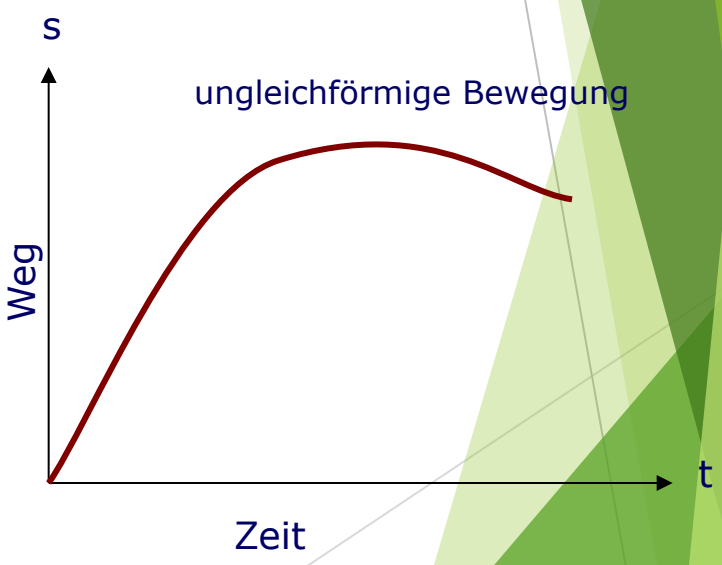
2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Translatorische Bewegung

Geschwindigkeit

Weg – Zeit - Diagramme





2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Translatorische Bewegung

Geschwindigkeit – ist das Verhältnis vom zurückgelegten Weg *s* zur zurückgelegten Zeit *t*. Dabei wird *v* (engl.: **v**elocity) als Formelzeichen verwendet.

$$\text{Geschwindigkeit } [v] = \frac{\text{zurückgelegter Weg } [s]}{\text{benötigte Zeit } [t]}$$

Formel: $$v = \frac{s}{t}$$

Einheit: $$\frac{\text{Meter}}{\text{Sekunde}} = \frac{m}{s} \qquad 1\,\frac{m}{s} = 3{,}6\,\frac{km}{h}$$

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Translatorische Bewegung

Interessante Geschwindigkeiten

	m/s	km/h
Gehen	1,4	5
Radfahren	5,5	20
Schall (Luft)	330	1.200
Schall (Wasser)	1.500	5.400
Körper am Äquator		1.670
Erde um die Sonne		30.000
Licht (im Vakuum)	300.000.000	
Haarwachstum	$3*10^{-9}$	

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Translatorische Bewegung

Bezug zur Praxis:

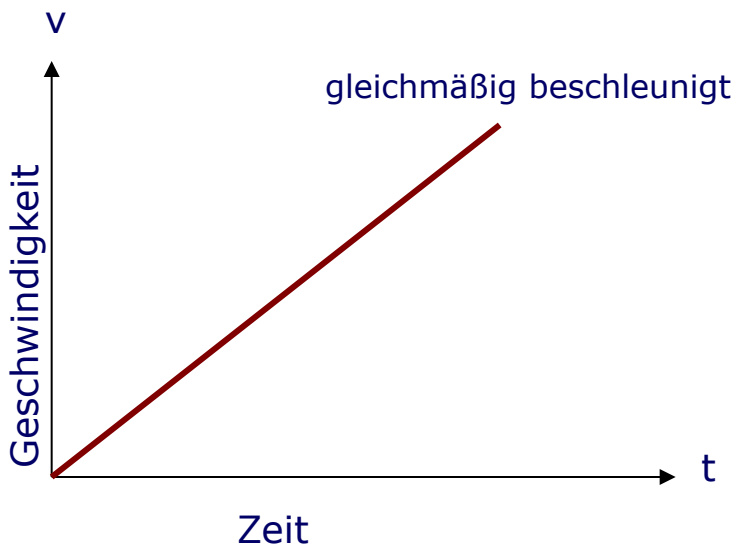
- *Beim Laufband besteht durch Regulierung des Tempos die Möglichkeit, dem Leistungsniveau des Patienten entsprechend zu therapieren.*
- *Gehtests werden zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit von Patienten mit arteriellen Durchblutungsstörungen durchgeführt. Der Test wird auf ebenem Boden durchgeführt. Hier wird bei einem individuell vorgegebenem Tempo die schmerzfrei zurückgelegte Gehstrecke gemessen und mit Vergleichsverfahren ausgewertet.*

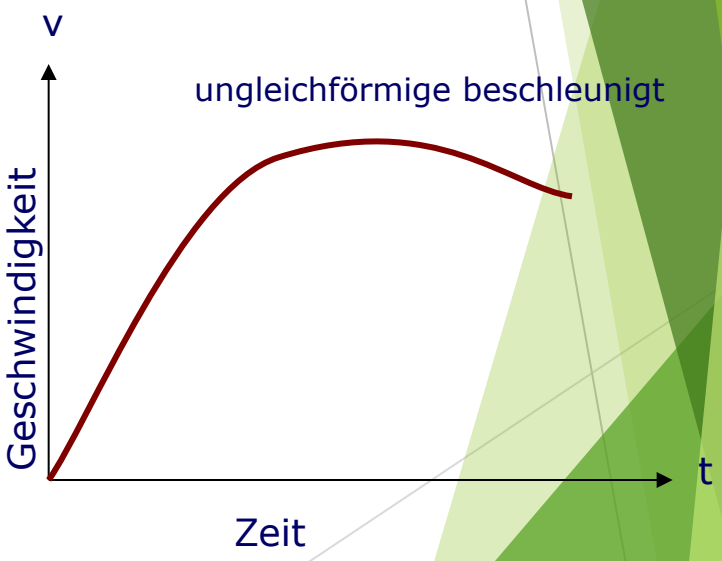
2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Translatorische Bewegung

Beschleunigung

Geschwindigkeits – Zeit - Diagramme





2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Translatorische Bewegung

Beschleunigung a (engl.: accelleration) in einem bestimmten Zeitintervall ist das Verhältnis aus Geschwindigkeitsänderung Δv zum Zeitintervall Δt

$$\text{Beschleunigung } [a] = \frac{\text{Geschwindigkeitsänderung } [\Delta v]}{\text{benötigte Zeit } [\Delta t]}$$

Formel: $$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Einheit: $$\frac{\text{Meter}}{(\text{Sekunde})^2} = \frac{m}{s^2}$$

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

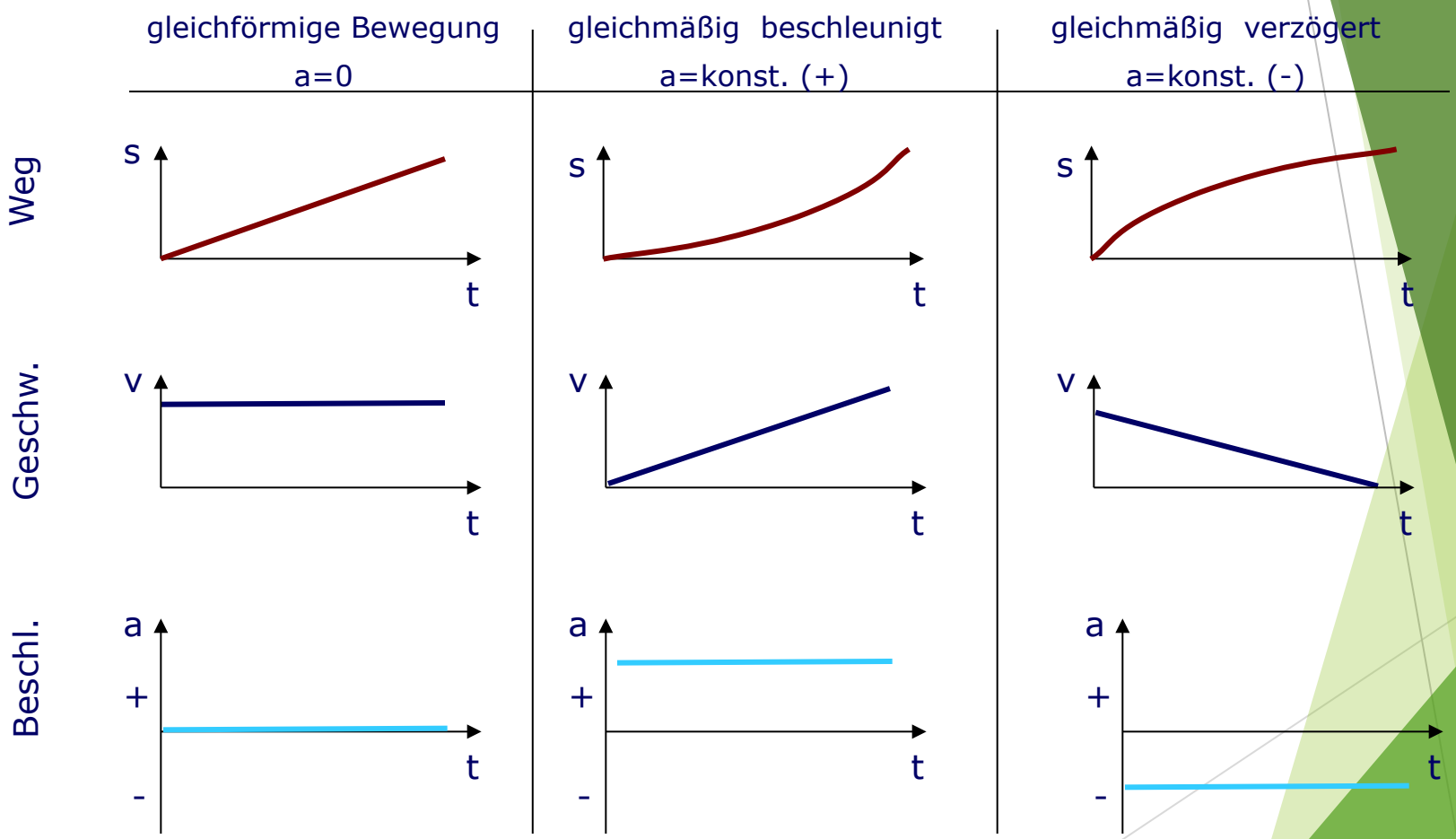
Translatorische Bewegung

Interessante Beschleunigungen

	m/s^2
Personenzug	0,2
U-Bahn	0,6
Pkw	2
freier Fall	9,81
Geschoss	10^5

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Sonderfälle der Bewegung



2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Beispiel einer ungleichförmigen Bewegung (realitätsnah)

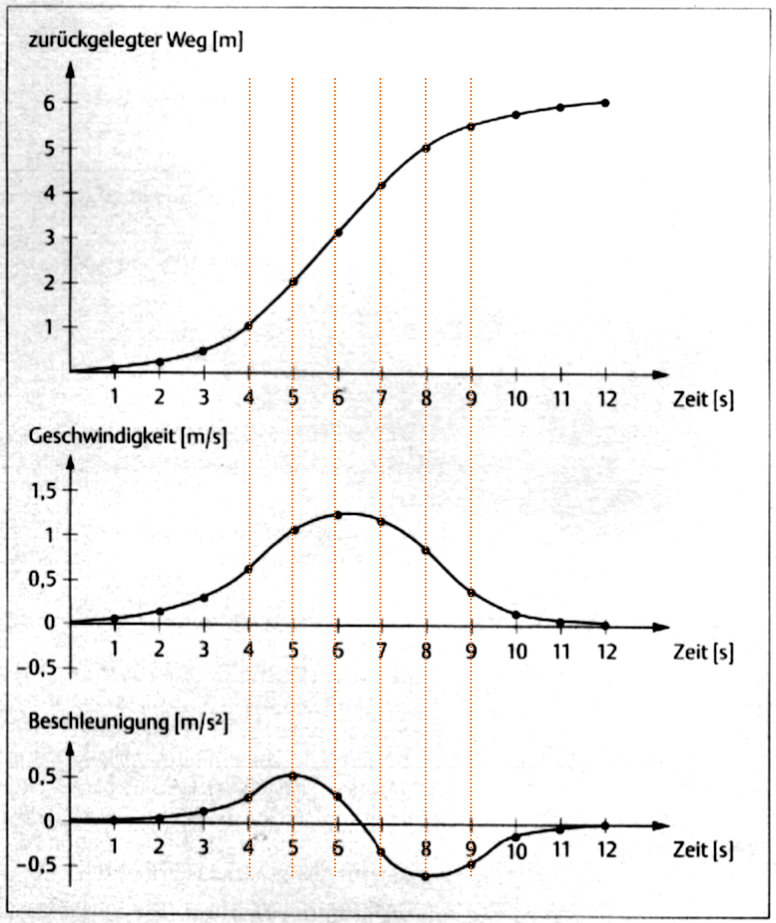


Abb. 1.21 Die Kurven verdeutlichen den Zusammenhang zwischen Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung

Aufgabe:

Ergänze die Graphen für das v-t-Diagramm und das a-t-Diagramm!

Erläuterung:

- Hat der Graph des s-t-Diagramms die Form einer Kurve, ändert sich die Geschwindigkeit.
- An den Stellen wo Δv am größten (steilste Kurvenbereiche), befinden sich die Beschleunigungsmaxima.
- positive Beschleunigung = Geschwindigkeitszunahme
- negative Beschleunigung= Geschwindigkeitsabnahme

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Beispielaufgabe:

Während eines Laufbandtrainings soll die **Bandgeschwindigkeit** in einem **Zeitintervall von 20 s** von einer **Geschwindigkeit von 2,0 m/s** auf eine **Geschwindigkeit von 3,0 m/s** gleichmäßig gesteigert werden.

- Wie groß ist die durchschnittliche Beschleunigung?
- Veranschaulichen Sie das Ergebnis in einem v-t-Diagramm (x-Achse: Zeit in s; y-Achse: Geschwindigkeit in m/s)!
- Zeichnen Sie in das Diagramm eine Beschleunigung von **1,0 m/s auf 3,0 m/s in einem Zeitraum von 10 s** sowie eine Steigerung von **0 auf 3,0 m/s** innerhalb von **5 s.**
  Interpretieren Sie die drei Graphen!

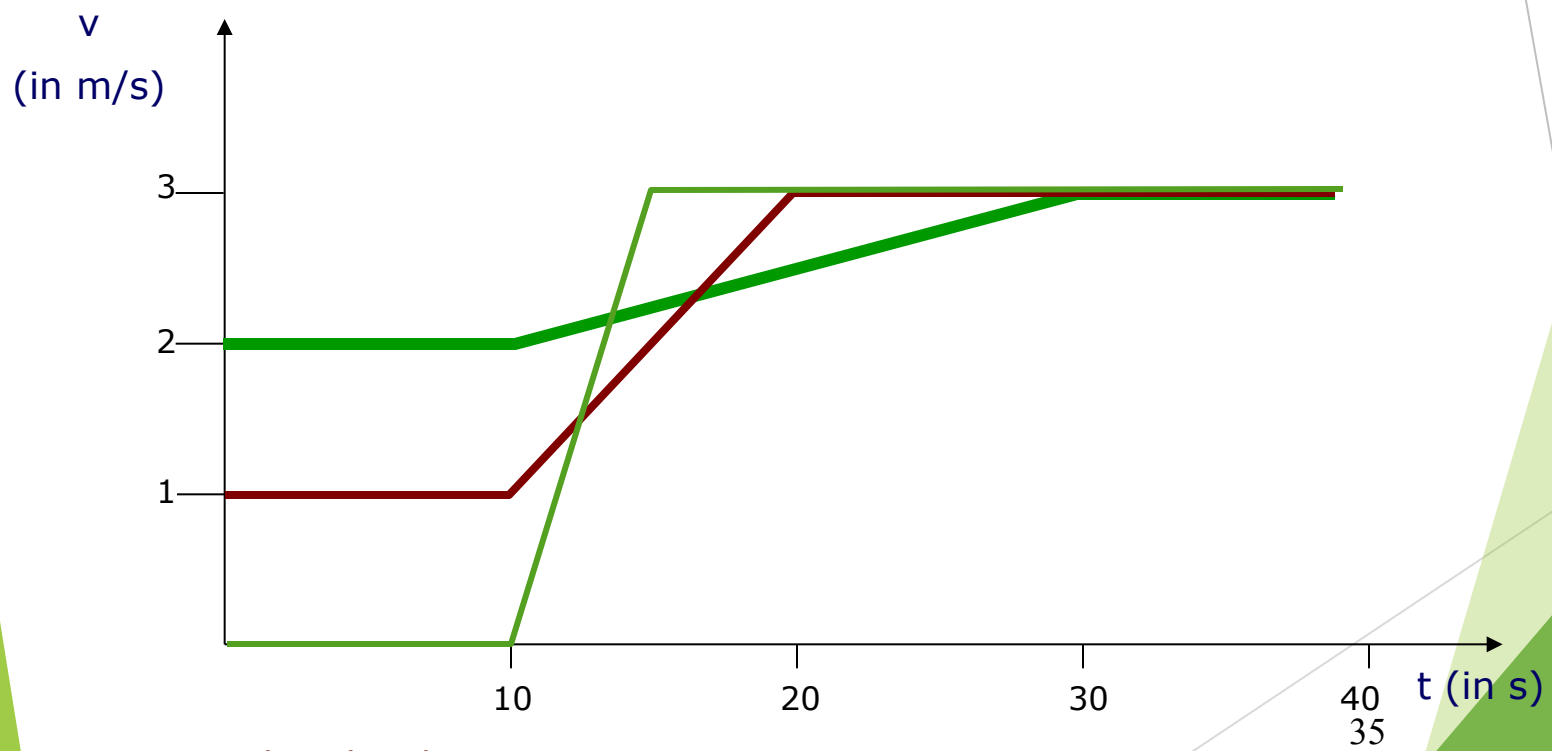
2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Lösung:

1.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1\ m/s}{20\ s} = 0{,}05\ m/s^2$$

Beschleunigungen für 3. $0{,}2\ m/s^2$; $0{,}6\ m/s^2$



2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

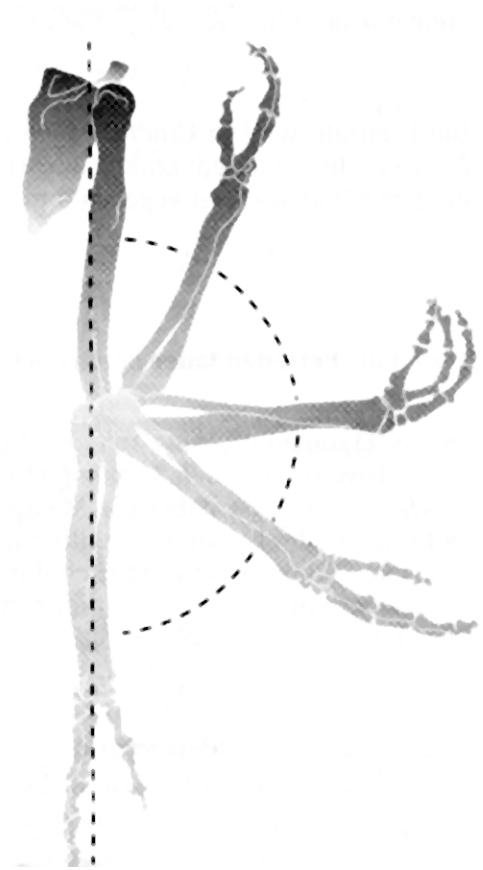
Translatorische Bewegung

Bezug zur Praxis:

- *Für Patienten mit Morbus Parkinson ist es schwierig mit Gehen zu beginnen (Akinese). Der Gang wird trippelnd mit kleinen Schritten begonnen, erst dann wird unwillkürlich beschleunigt. Es liegt eine ungleichförmige (unregel-mäßige)Bewegung vor.*
- *Bei Patienten mit Claudicatio intermittens liegt ebenfalls eine ungleichförmige Bewegung vor. Auftretende Beschwerden zwingen zu wiederkehrenden Gangunterbrechungen.*

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Rotation und Winkelgeschwindigkeit



Zur Beschreibung der Drehbewegungen benötigen wir die Größen **Drehwinkel und Winkelgeschwindigkeit*.***

Diese entsprechen bei der linearen Bewegung Länge (Weg) und Geschwindigkeit!

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Rotation und Winkelgeschwindigkeit

Die (Durchschnitts-)Winkelgeschwindigkeit ω (klein-Omega) einer Drehbewegung ist das Verhältnis des zurückgelegten Winkel φ (klein-Phi) zur benötigten Zeit t.

$$\text{Winkelgeschwindigkeit } [\boldsymbol{\omega}] = \frac{\text{zurückgelegter Winkel } [\boldsymbol{\varphi}]}{\text{benötigte Zeit } [\boldsymbol{t}]}$$

formelmäßig

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\boldsymbol{\varphi}}{\boldsymbol{t}}$$

Einheit:

$$\frac{\text{Radians}}{\text{Sekunde}} = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Rotation und Winkelgeschwindigkeit

MERKE:

- Die Winkelgeschwindigkeit ist ein Vektor. Wir betrachten hier nur Drehungen um raumfeste Achsen.

- nur 2 Richtungen nötig >>

  im Uhrzeigersinn ($\boldsymbol{\omega}$ = negativ) und

  entgegen dem Uhrzeigersinn ($\boldsymbol{\omega}$ = positiv)

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Rotation und Winkelgeschwindigkeit (oder Kreisfrequenz)

Die Drehzahl oder (Dreh-) Frequenz n (engl.: number) ist die Anzahl der Umdrehungen (Touren) pro Zeiteinheit.

Zwischen Winkelgeschwindigkeit und Frequenz besteht folgender Zusammenhang:

$$\omega = 2\Pi n \qquad \text{und} \qquad n = \frac{\omega}{2\Pi}$$

- Ein Körper, der sich pro Sekunde 1 Mal um seine Achse dreht, hat eine Drehzahl von $n = 1 / s$. Die Winkelgeschwindigkeit beträgt dann $\omega = 2\pi$ rad/s.
- Die Winkelgeschwindigkeit eines Rotors in einem Elektromotor, der mit 3.000 U/min dreht, beträgt 3.000·360°/60s = 50·360°/s = 50*2*Π*rad/s oder 314,16 rad/s.
- Die Winkelgeschwindigkeit des Sekundenzeigers einer Uhr ist 360°/60s = 6*2*Π*rad/s oder 0,1047 rad/s.
- Die Erde dreht sich im Mittel einmal in 23 Stunden, 56 Minuten und 4,1 Sekunden um ihre eigene Achse. Damit hat sie eine mittlere Winkelgeschwindigkeit von

$$\omega_{\oplus} = 2\pi\,\mathrm{rad}/86\,164{,}1\,\mathrm{s} \approx 72{,}921 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$$

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Rotation und Winkelgeschwindigkeit

Bezug zur Praxis:

- *Das Ergometertraining mit dem Standfahrrad wird in der Therapie beispielsweise zum Gefäßtraining eingesetzt. Wichtigster Parameter ist hierbei die Messung der Drehzahl/Minute.*
- *In der Frührehabilitation sollten dynamische Übungen zunächst mit konstanter Winkelgeschwindigkeit durchgeführt werden. Hierzu eignet sich ein isokinetisches Übungsprogramm mit computergesteuerten Trainingsgeräten, bei denen die Winkelgeschwindigkeit konstant bleibt.*

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Rotation und Winkelgeschwindigkeit

Beispielaufgabe:

Ein Patient übt auf dem Fahrradergometer mit einer Trittfrequenz von 120 Umdrehungen/Minute. Nach einer gewissen Übungszeit reduziert er die Trittfrequenz auf 80 Umdrehungen/Minute.

Wie groß sind Winkelgeschwindigkeiten und Winkelbeschleunigung?

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Lösung:

Gegeben: gleichmäßige Verzögerung von 120 /min auf 80/min innerhalb t = 1 Minute

Gesucht: Wingelgeschwindigkeit / Winkelbeschleunigung ε

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Lösung:

Gegeben: gleichmäßige Verzögerung von 120 /min auf 80/min innerhalb t = 1 Minute

Gesucht: Wingelgeschwindigkeit / Winkelbeschleunigung ε

Für die Winkelgeschwindigkeit ε gilt:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Lösung:

Gegeben: gleichmäßige Verzögerung von 120 /min auf 80/min innerhalb t = 1 Minute

Gesucht: Wingelgeschwindigkeit / Winkelbeschleunigung ε

Für die Winkelgeschwindigkeit ε gilt:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

Für gleichmäßige Beschleunigung gilt:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = const = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Lösung:

Gegeben: gleichmäßige Verzögerung von 120 /min auf 80/min innerhalb t = 1 Minute

Gesucht: Wingelgeschwindigkeit / Winkelbeschleunigung ε

Für die Winkelgeschwindigkeit ε gilt:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

Für gleichmäßige Beschleunigung gilt:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = const = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Für Δt gilt:

$$\Delta t = t_2 - t_1, \quad t_2 = 60s, \quad t_1 = 0s$$

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Lösung:

Gegeben: gleichmäßige Verzögerung von 120 /min auf 80/min innerhalb t = 1 Minute

Gesucht: Wingelgeschwindigkeit / Winkelbeschleunigung ε

Für die Winkelgeschwindigkeit ε gilt:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

Für gleichmäßige Beschleunigung gilt:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = const = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Für Δt gilt:

$$\Delta t = t_2 - t_1, \quad t_2 = 60s, \quad t_1 = 0s$$

Für Δω gilt:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Lösung:

Gegeben: gleichmäßige Verzögerung von 120 /min auf 80/min innerhalb t = 1 Minute

Gesucht: Wingelgeschwindigkeit / Winkelbeschleunigung ε

Für die Winkelgeschwindigkeit ε gilt:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

Für gleichmäßige Beschleunigung gilt:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = const = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Für Δt gilt:

$$\Delta t = t_2 - t_1, \quad t_2 = 60s, \quad t_1 = 0s$$

Für Δω gilt:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

Für ω gilt:

$$\omega = 2\pi * n$$

$$\Rightarrow \quad \omega_1 = 2\pi * n_1 = 2\pi * \frac{120}{60s} \approx 12 \ \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_2 = 2\pi * n_2 = 2\pi * \frac{80}{60s} \approx 8{,}36 \ \frac{1}{s}$$

2.5. Kinematik – die Lehre von den Bewegungen

Lösung:

Gegeben: gleichmäßige Verzögerung von 120 /min auf 80/min innerhalb t = 1 Minute

Gesucht: Wingelgeschwindigkeit / Winkelbeschleunigung ε

Für die Winkelgeschwindigkeit ε gilt:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

Für gleichmäßige Beschleunigung gilt:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = const = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Für Δt gilt:

$$\Delta t = t_2 - t_1, \quad t_2 = 60s, \quad t_1 = 0s$$

Für Δω gilt:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

Für ω gilt:

$$\omega = 2\pi * n$$

$$\Rightarrow \quad \omega_1 = 2\pi * n_1 = 2\pi * \frac{120}{60s} \approx 12 \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_2 = 2\pi * n_2 = 2\pi * \frac{80}{60s} \approx 8{,}36 \frac{1}{s}$$

daraus folgt für die gesuchte Winkelbeschleunigung:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} \approx \underline{-0{,}06067 \frac{rad}{s^2}}$$